



Recursos per a l'aula (batx.)

DETERMINACIÓ DEL COEFICIENT DE FRICCIÓ

Lorenzo Martínez

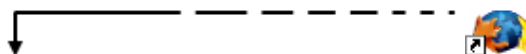
En aquesta activitat es vol determinar el coeficient de fricció d'un canó fet en miniatura i carregat amb pólvora. El tret del canó es filma i se'n fa l'estudi amb un programa de tractament d'imatges de vídeo. Aplicant els teoremes de conservació de la mecànica i interpretant les gràfiques posició-temps i velocitat-temps podem calcular el coeficient de fricció del canó amb el terra. La proposta està pensada per realitzar-la amb l'alumnat de primer de batxillerat.

Introducció

Estem envoltats de fricció. Gràcies a la fricció podem escriure amb el bolígraf, el llapis, la ploma, també podem caminar tranquil·lament. Ja sabeu què passa si caminem damunt un llac o una superfície glaçada! Però, encara més:

- Quan sentiu, a les notícies, que el transbordador espacial perd una lloseta del fuselatge i que no podrà tornar a la Terra sense fer-ne una revisió abans, per què creieu que és?
- Quan fan curses de motos o cotxes, quantes vegades diuen de canviar-ne els pneumàtics?
- Les formes aerodinàmiques dels coets i dels avions també tenen en compte la fricció dels elements mòbils amb l'aire.

Però, com podem trobar les forces degudes a la fricció i, per tant, com podem trobar el coeficient de fricció?



Guia del professorat

Objectius



- Amb l'aplicació del teorema de la conservació de la quantitat de moviment, trobar la velocitat d'un perdigó.
- Amb l'aplicació de les equacions de la cinemàtica i la dinàmica, calcular la velocitat de retrocés del canó i el coeficient de fricció entre les rodes del canó i la superfície de la taula.
- Amb l'aplicació del principi de conservació treball-energia, trobar el coeficient de fricció entre les rodes del canó i la superfície de la taula.


On i quan ho fem

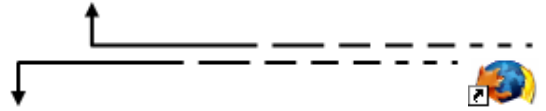
- Per raons de seguretat no aconsellem manipular el canó i fer realment els trets per gravar-los en vídeo. És per això que aquí partirem de la pel·lícula ja gravada, que podeu visualitzar o descarregar clicant aquí



(si la voleu descarregar cliqueu amb el botó dret del ratolí i mireu les opcions per desar el fitxer `video_cano.mov`)

- Haureu de tenir instal·lat el QuickTime  per veure el vídeo, ja que té l'extensió `MOV`. Podeu trobar aquest programa gratuït a <http://www.apple.com/es/quicktime/download/> (encara que us ho proposin, no cal que instal·leu l'iTunes ).

- Cal disposar d'un programa de tractament físic de vídeos, com ara el Coach , desenvolupat pel CMA de l'AMSTEL Institute de la Universiteit van Amsterdam. Els instituts públics disposen del programa que subministra el Departament d'Educació.
- La pràctica es pot fer a primer de batxillerat, quan s'hagin treballat a l'aula els temes de cinemàtica i dinàmica i els teoremes de conservació. També és possible fer-la sense haver vist els temes de conservació de l'energia, però aleshores no es pot treballar l'últim objectiu.



Fitxa de l'estudiantat

Teoria

Recordeu com són els gràfics d'espai, velocitat i acceleració en funció del temps dels diferents moviments estudiats a cinemàtica i les lleis de Newton.

El principi de l'impuls i la quantitat de moviment diu que la suma infinitesimal de tots els productes de la força pel temps (impuls, I) és igual a la variació de la quantitat de moviment ($p = m \cdot v$). Si 1 i 2 designen dos instants de temps del sistema:

$$I = p_2 - p_1$$

En els casos en què l'impuls és zero, aleshores la variació de la quantitat de moviment és nul·la. Aquest és el principi de conservació de la quantitat de moviment. Ho tindrem en consideració en el nostre estudi:

$$0 = p_2 - p_1$$

Quant tenim forces dissipatives (com ara la fricció), també sabem que la suma infinitesimal de tots els productes de la força pel desplaçament (treball, W) és igual a la variació de l'energia mecànica, E_m (energia deguda al moviment, a canvis d'altures i a compressions-expansions d'objectes elàstics, entre altres).

$$W = E_{m2} - E_{m1}$$

Què haurieu d'aprendre en aquesta activitat?


- A diferenciar els tipus de moviments durant el tret del canó.
- A relacionar els moviments reals amb les gràfiques.
- A fer càlculs amb les gràfiques de velocitat i d'espai en funció del temps.
- A determinar el coeficient de fricció.
- A aplicar els teoremes de conservació.




Fig. 1:

Material

Cal que disposeu de la pel·lícula en la qual és visualitzat

el tret del canó  (si voleu descarregar l'arxiu cliqueu amb el botó dret del ratolí i mireu les opcions per desar el fitxer `video_cano.mov`) i d'un programa de tractament

físic de vídeos, com ara el Coach . En aquesta guia suposarem que teniu instal·lat aquest programa a l'ordinador.

Procediment i qüestionari

1) Resum del procediment

- Visualitzeu el vídeo unes quantes vegades. Podeu fer clic a la figura 2.
- Penseu els diferents tipus de moviments que es produeixen durant el tret.
- En uns eixos posició-temps fareu una predicció de les gràfiques que penseu que sortiran dels moviments que fa el canó.
- Després de fer la predicció, feu les mesures i estudeu les gràfiques $x-t$ i $v-t$ per als diferents intervals.
- Trobeu el coeficient de fricció.



Fig. 2: pot fer clic per veure el vídeo.

A continuació, descrivim el procés que cal seguir utilitzant el Coach com a programari d'anàlisi de vídeo. Si utilitzeu un programa diferent, els processos segurament seran similars.

2) Inici del Coach

Obriu el CMA Coach 5 Studio MV Author, creeu un **Nou projecte** i, després, una **Nova activitat**, amb un **Vídeo de dades** (haureu d'afegir la pel·lícula del tret del canó). Us trobareu una pantalla com la de la figura 3.

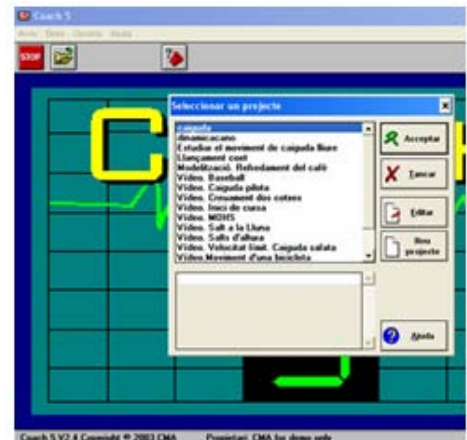



Fig. 3:

3) Configuració

A la finestra del vídeo (vegeu la figura 4), feu clic amb el botó dret del ratolí i **configureu els paràmetres**: introduïu el valor de l'escala, en metres, i moveu els extrems del regle fins a ajustar-los a la imatge, de manera que permeteu que el programa faci el calibratge. Podeu utilitzar la imatge del canó de la figura 4 per fer el calibratge. En aquesta es veu que la taula emprada en l'experiència té una longitud real de **0,500 m**.

4) Predicció

Q1)  Feu una predicció abans de fer l'anàlisi del vídeo. Després de veure el moviment diverses vegades i sabent les posicions inicials respecte de l'origen de coordenades, quina gràfica posició-temps del moviment creieu que s'obtindrà quan el canó efectuï el tret? Dibuixeu-la en els eixos següents (figura 5).

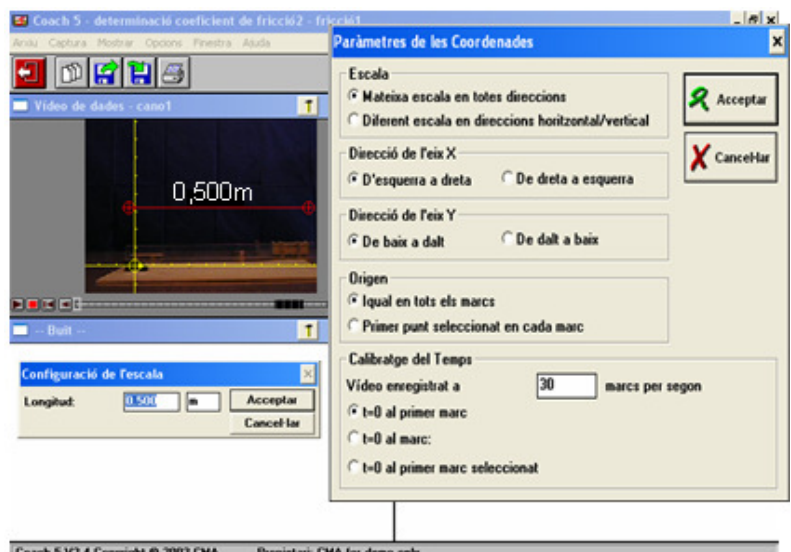


Fig. 4:

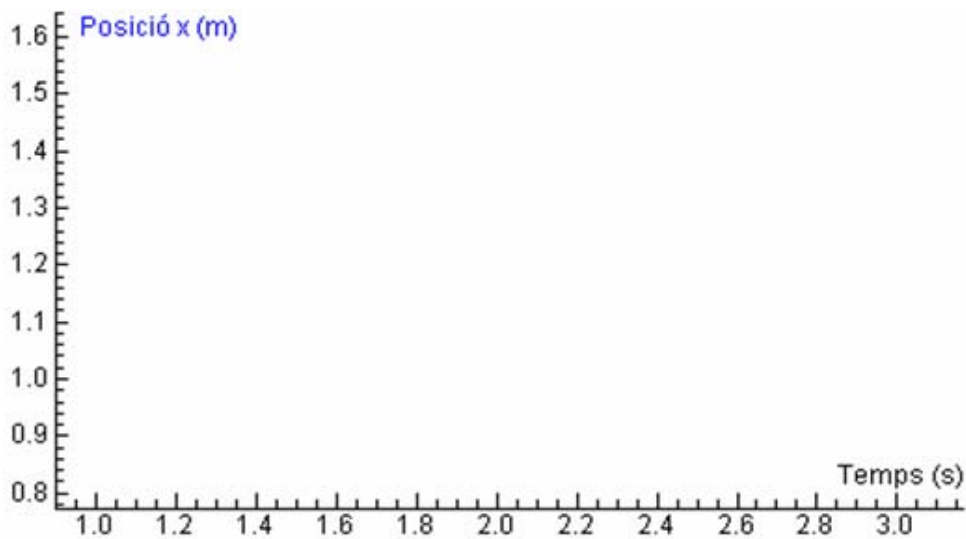



Fig. 5:

5) Recull de dades

Continueu ara amb l'anàlisi del vídeo. Cliqueu al botó verd  **Iniciar**, per començar les mesures. Amb la **creu** que apareix sobre el vídeo, feu clic en el punt que voleu capturar. Repetiu la mateixa acció fins que s'acabin els fotogrames del vídeo

6) Gràfica posició – temps

Inseriu les dades capturades en forma de gràfica posició-temps. Cliqueu a la icona **Mostrar gràfica**, per crear una **Nova gràfica** (poseu-hi el nom adient). En el rang de dades **C1**, trieu la variable **Temps**, i en el rang de dades **C2**, la variable **P1-x**. En cada variable podeu configurar els eixos, el nom de la magnitud, les unitats, el nombre de decimals, els valors mínims i màxims...).

Finalment, cliqueu al botó **Acceptar** i deseu la gràfica (fent clic) en qualsevol de les tres finestres lliures.

7) Tipus de moviment

Aneu a la finestra de la gràfica posició-temps.


Feu clic a la icona del **martell (botó d'eines)** i aneu a **Crear/Editar** gràfica. Canvieu els valors màxims i


mínims de les coordenades. Per al temps poseu-hi de **0 a 1s** i per la posició de **0 a 0,30 m**

Feu clic de nou al **botó d'eines** i aneu a **Processament/Filtrar** corba. Fixeu-vos que hi ha tres trams.

Q2)  Quin és el de moviment uniformement accelerat?

Q3)  I el de rectilini uniforme?


Q4)  I el de moviment uniformement desaccelerat ?

Q5)  Escriviu les semblances i les diferències entre la gràfica de la vostra predicció i la gràfica que heu obtingut.

8) Com varia la velocitat del canó?

Continueu en la mateixa finestra de posició - temps.

Feu clic a la icona del **martell (botó d'eines)** i aneu **Processament/Derivada**. Després de prémer el botó **Iniciar**, marqueu el botó **Nova gràfica** per situar la gràfica en una finestra nova. Poseu-hi després el nom "Velocitat - temps" (clicueu a la icona del **martell/Crear/Editar** nova gràfica i escriviu el nom en el camp **Nom:**)

Q6)  Assenyalau els tres trams del moviment i completeu la taula següent:

Tipus de moviment	Temps inicial (S)	Temps final (S)	Posició inicial (m)	Posició final (S)	Velocitat inicial (m/s)	Velocitat final (m/s)
Tram A MRUA $a > 0$						
Tram B MRU $a = 0$ $V =$ constant						

Tram C MRUA a <0						


9) Càlcul de la velocitat del perdigó

A partir d'aquí la notació que utilitzarem serà la següent: lletres majúscules per al canó i minúscules per al perdigó; els subíndexs 1 i 2 es referiran als instants abans i després de l'explosió, respectivament; el subíndex 3 correspondrà a l'instant final (el canó queda finalment aturat).

Durant l'explosió, podem aplicar la conservació de la quantitat de moviment, ja que el temps de l'explosió és prou petit perquè les forces de fricció es facin notar. Ho podeu comprovar si mireu la gràfica $x = x(t)$: entre 0,1 i 0,2 s. El sistema que estudiem és el conjunt canó - perdigó i en aquesta situació la quantitat de moviment es conserva:

$$0 = P_1 + p_1 = P_2 + p_2$$

A partir de la gràfica velocitat-temps, trobeu la velocitat de retrocés del canó, mirant la pel·lícula fotograma a fotograma, fins a arribar al fotograma 185. Anoteu-ne el valor. Si mireu la pel·lícula fotograma a fotograma, el moviment està comprès entre els fotogrames 180 i 189 i l'explosió acaba en el 185. En aquest instant la velocitat assolida és màxima.

Q7)  Velocitat canó, $V_2 =$


Peseu el canó i anoteu la massa (en quilograms) del canó. Aquí us donem el valor corresponent al canó utilitzat en el vídeo `video_cano.mov`.

Massa del canó, $M = 28,6 \cdot 10^{-3}$ kg.

Peseu 10 perdigons i trobeu la massa (en quilograms) d'un perdigó. Aquí us donem el valor del perdigó utilitzat en el vídeo `video_cano.mov`

Massa d'1 perdigó, $m = 0,2 \cdot 10^{-3}$ kg.

Aplicant la conservació de la quantitat de moviment $0 = M_2 V_2 + m_2 v_2$, trobeu la velocitat del perdigó

Q8)  Velocitat del perdigó, $v_2 =$

Q9)  Per què aquesta velocitat surt negativa? Quin significat té, en aquest cas, el signe?

10) Càlcul del coeficient de fricció dinàmica i aplicació del teorema treball - energia

Passat un temps molt petit, el canó, a causa de l'acció de la fricció sobre les rodes, perd velocitat i s'aturar, després de recórrer una distància d . Quina és aquesta distància?

Q10)  Distància fins aturar-se $d =$

Velocitat final del canó, $V_3 = 0$.

Velocitat inicial del canó = velocitat màxima V_2 .

Podem calcular ara el coeficient de fricció tenint en compte que l'única força que actua sobre el canó després de l'explosió és la de fricció F_f . Si A és l'acceleració del canó després de l'explosió, tenim $MA = F_f$ i substituïm la força de fricció pel seu valor màxim $MA = -\mu N = -\mu mg$, obtenim


$$A = -\mu g \quad (1)$$


Sabem també que

$$V_3^2 - V_2^2 = 2Ad \quad (2)$$

Si aïllem l'acceleració A de l'equació (2) i la substituïm en la (1), tenint en compte el valor nul de V_3 , obtenim

$$\mu = \frac{V_2^2}{2gd}$$

Q11)  de manera que el coeficient de fricció és $\mu =$.

Q12)  Què vol dir que una magnitud (com ara el coeficient de fricció) és adimensional?

Ara, aplicant el teorema de les forces vives (treball-energia), trobeu el valor del coeficient de fricció i compareu-lo amb el que heu trobat abans.


$$W = E_{c3} - E_{c2}$$

en el nostre cas


$$-F_f d = -\frac{1}{2}MV_2^2$$

i substituint la força de fricció

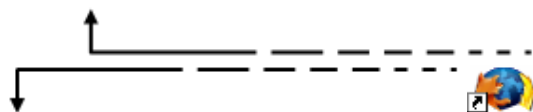
$$-\mu M g d = -\frac{1}{2} M V_2^2$$

Q13)  Substituïu les dades i trobeu el valor del coeficient de fricció. $\mu =$

Q14)  Sabríeu dir quina és, en cada interval, l'equació de la posició en funció del temps?

Q15)  Resoleu en un full apart el problema següent, aplica-hi la conservació de la quantitat de moviment:

Un canó de 5000 kg dispara un projectil de 40 kg amb una velocitat horitzontal de 300 m/s des d'un penya-segat de 60 m sobre el nivell del mar. El canó està inicialment en repòs, sobre una plataforma que té un coeficient de fricció de 0,2 amb el terra (la fricció amb l'aire és negligible). Calculeu: **a)** la velocitat del canó en l'instant en que surt el projectil; **b)** l'espai que recorre el canó sobre la plataforma a causa del tret, i **c)** l'abast i la velocitat amb que el projectil arriba a l'aigua.



Solucions

Aquí podeu veure un resultat pràctic d'un grup de 1r de batxillerat del curs 2005-2006.

Dades

De la gràfica $x = f(t)$ i $v = f(t)$ obtenim les dades de la taula.

Tram	Temps inicial (s)	Temps final (s)	Posició inicial (m)	Posició final (s)	Velocitat inicial (m/s)	Velocitat final (m/s)
Tram A MRUA $a > 0$	0.00	0.27	0.00	0.07	0	0.77
Tram B						

MRU $a = 0$ $V =$ constant	0.27	0.33	0.07	0.13	0.77	0.76
Tram C MRUA $a < 0$	0.33	0.53	0.13	0.21	0.76	0

Per trobar la velocitat del perdigó suposem que durant l'explosió (temps molt petit) es compleix la conservació de la quantitat de moviment.

$$M \text{ massa canó, } M = 28,6 \text{ g} = 28,6 / 1000 \text{ kg}$$

$$m \text{ massa perdigó, } m = 0,2 \text{ g} = 0,2 / 1000 \text{ kg}$$

A la figura 6 podem veure les taules i gràfiques que s'obtenen amb el Coach.

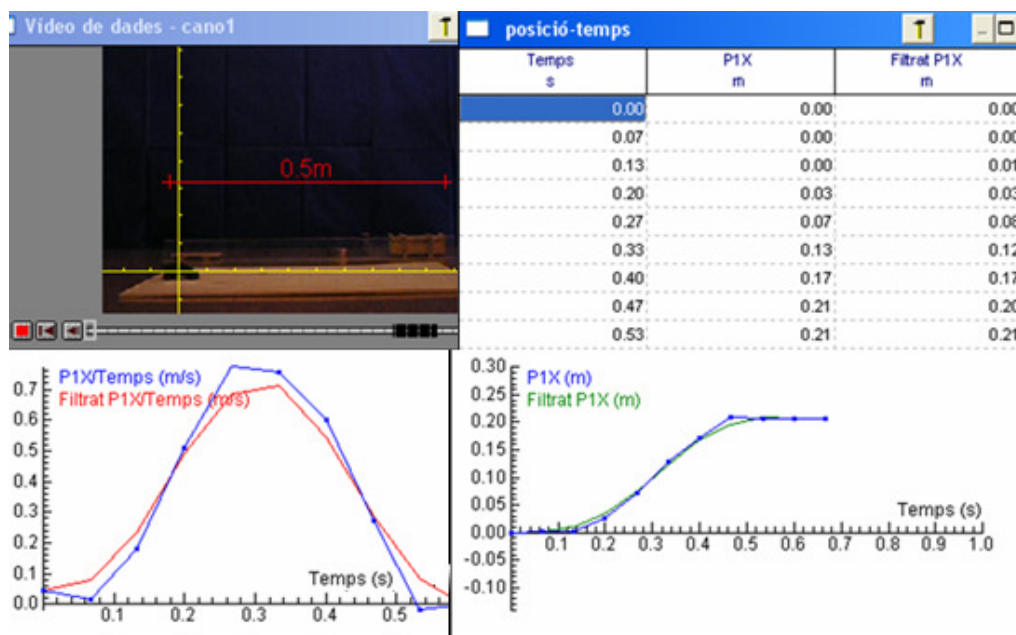


Fig. 6:

Agafem la velocitat v_2 de retrocés del canó quan $t = 0,27$ s, en què la velocitat és màxima, amb un valor de $0,77$ m/s, tal com hem recollit en la taula i podem observar en les gràfiques del Coach.

El subíndex 2 es refereix al fi de l'explosió i el subíndex 1, a l'instant abans de l'explosió.

El sistema estudiat és: canó + perdigó.

Velocitat del perdigó

Inicialment està en repòs. Així doncs, $p_1 = 0$ i, per conservació de la quantitat de moviment del sistema,

$$M_2 v_2 + m_2 v_2 = 0$$

$$v_2 = -(M_2/m_2) v_1 = -(28,6 / 0,2) 0,77 = - 110,11 \text{ m/s} = -$$

396 km/h

Coefficient de fricció (1)

Per trobar μ partirem del moment en què V és màxima. Posteriorment, disminueix i s'atura per l'acció de la fricció. Així doncs, $V_2 = 0,77$ m/s.

$V_3 = 0$ perquè s'atura a causa de la fricció, després de recórrer $0,14$ m. En la gràfica i en la taula, $0,21$ m- $0,07$ m o, si en el vídeo, es mesura amb el regle la distància recorreguda des de l'inici del MRUA fins que s'atura.

$$\mu = v_2^2 / (2 g d)$$
$$\mu = (0,77)^2 / (2 \cdot 9,8 \cdot 0,14) = 0,22$$

Coefficient de fricció (i 2)

$$W = Ec_3 - Ec_2$$
$$-F_f \cdot d = -0,5 M v_2^2$$
$$-\mu M g d = -0,5 M v_2^2$$

Si s'aïlla, obtenim el mateix valor $\mu = 0,22$.

Lorenzo Martínez

Llicenciat en Ciències Químiques per la Universitat de Barcelona. Professor de secundària de Física i Química a l'IES Damià Campeny de Mataró. Vocal de l'Associació de Professors de Física i Química de Catalunya (apFQc). Anteriorment havia treballat en la indústria química, en la fabricació de pintures, esmalts i vernissos.